



**Н. Е. Фёдорова
М. В. Ткачёва**

**МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА,
ГЕОМЕТРИЯ**

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

10—11

классы

... **Методические
рекомендации к учебнику
Ш. А. Алимова, Ю. М. Колягина,
Н. Е. Фёдоровой и др.**



Н. Е. Фёдорова
М. В. Ткачёва

**МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА И НАЧАЛА
МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, ГЕОМЕТРИЯ**

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

10—11

КЛАССЫ

Методические рекомендации к учебнику
Ш. А. Алимova, Ю. М. Колягина, Н. Е. Фёдоровой
и др.

5-е издание, стереотипное

Москва
«Просвещение»
2023

УДК 373.5.016:512
ББК 74.262.21
Ф33

Книга содержит методические рекомендации учителям, преподающим алгебру и начала математического анализа в 10—11 классах по учебнику авторов Ш. А. Алимова и др. Пособие написано в соответствии с концепцией обучения алгебре и началам математического анализа по этому учебнику, а также в соответствии с его содержанием и структурой. В нём даны как общие, так и конкретные советы по изучению каждой темы.

У ч е б н о е и з д а н и е

Фёдорова Надежда Евгеньевна
Ткачёва Мария Владимировна

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия

Алгебра и начала математического анализа
10—11 классы

Методические рекомендации к учебнику Ш. А. Алимова,
Ю. М. Колягина, Н. Е. Фёдоровой и др.

Центр математики
Ответственный за выпуск *П. А. Бессарабова*

Подписано в печать 15.02.2023.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».
Российская Федерация, 127473, г. Москва,
ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение I.
Адрес электронной почты «Горячей линии» — **vorpros@prosv.ru**.

ISBN 978-5-09-108882-3

© АО «Издательство «Просвещение», 2017
© Художественное оформление.
АО «Издательство «Просвещение», 2017
Все права защищены

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочие программы базового и углублённого уровней по алгебре и началам математического анализа для среднего общего образования разработаны на основе фундаментального ядра общего образования и в соответствии с требованиями ФГОС к структуре и результатам освоения основных образовательных программ среднего общего образования. В них соблюдается преемственность с примерной рабочей программой основного общего образования. Примерные рабочие программы (далее — Программы) являются ориентиром для учителей, составляющих рабочие программы с учётом уровня подготовки классов, в которых ведётся преподавание по соответствующим учебникам.

Программы включают в себя:

- 1) пояснительную записку, в которой конкретизируются общие цели среднего (полного) общего образования с учётом специфики курса алгебры и начал математического анализа;
- 2) описание места предмета в учебном плане;
- 3) планируемые результаты освоения курса;
- 4) содержание курса для базового и углублённого уровней;
- 5) примерное тематическое планирование с определением основных видов учебной деятельности обучающихся;

Практическая значимость школьного курса алгебры и начал математического анализа обусловлена тем, что его объектами являются фундаментальные структуры и количественные отношения действительного мира. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Курс алгебры и начал математического анализа является одним из опорных курсов старшей школы: он обеспечивает изучение других дисциплин. В первую очередь это относится к предметам естественно-научного цикла, в частности к фи-

зике. Развитие логического мышления учащихся при изучении алгебры и начал математического анализа способствует усвоению предметов гуманитарного цикла. Практические умения и навыки математического характера необходимы для трудовой и профессиональной подготовки школьников.

Развитие у учащихся правильных представлений о сущности и происхождении математических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте алгебры и математического анализа в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, а также формированию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требую от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активности развитого воображения, математика развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремлённость, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплину и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, а также способность принимать самостоятельные решения.

Изучение курса алгебры и начал математического анализа существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их с индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности школьников.

При обучении алгебре и началам математического анализа формируются умения и навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическая оценка результатов. В процессе обуче-

ния школьники должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки чёткого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Важнейшей задачей школьного курса алгебры и начал математического анализа является развитие логического мышления учащихся. Сами объекты математических умозаключений и принятые в математике правила их конструирования способствуют формированию умений обосновывать и доказывать суждения, приводить чёткие определения, развивают логическую интуицию, кратко и наглядно вскрывают механизм логических построений и учат их применению. Тем самым курс алгебры и начал математического анализа занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников. Раскрывая внутреннюю гармонию математики, формируя понимание красоты и изящества математических рассуждений, способствуя восприятию математических форм, математика тем самым вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся. Её изучение развивает воображение школьников, существенно обогащает и развивает их пространственные представления.

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации математическое образование должно решать, в частности, следующие ключевые задачи:

- предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе;
- обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.;

— в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования.

Соответственно выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1. Практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни).

2. Математика для использования в профессии, не связанной с математикой.

3. Творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

В соответствии с Законом об образовании РФ (ст. 12 п. 7) организации, осуществляющие образовательную деятельность, реализуют эти требования в образовательном процессе с учётом примерной основной образовательной программы как на основе учебно-методических комплектов соответствующего уровня, входящих в Федеральный перечень МОиН РФ, так и с возможным использованием иных источников учебной информации (учебно-методические пособия, образовательные порталы и сайты и др.).

В соответствии с требованиями в программах выделены два уровня: **базовый** и **углублённый**.

Цели освоения программы базового уровня — обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни и возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

Программа углублённого уровня предназначена для профильного изучения математики; при выполнении этой программы предъявляются требования, соответствующие направлению «математика для профессиональной деятельности»; вместе с тем выпускник получает возможность изучить математику на гораздо более высоком уровне, что создаст

фундамент для дальнейшего серьёзного изучения математики в вузе.

Общая характеристика учебного предмета. Математическое образование играет важную роль и в практической, и в духовной жизни общества. Практическая сторона связана с созданием и применением инструментария, необходимого человеку в его продуктивной деятельности, духовная сторона – с интеллектуальным развитием человека, формированием характера и общей культуры.

Без конкретных знаний по алгебре и началам математического анализа затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Каждому человеку в своей жизни приходится выполнять расчёты, читать информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм, графиков, понимать вероятностный характер случайных событий, составлять несложные алгоритмы и др.

Изучение данного курса завершает формирование *ценностно-смысловых установок и ориентаций* учащихся в отношении математических знаний и проблем их использования в рамках среднего общего образования. Курс способствует формированию умения видеть и понимать их значимость для каждого человека независимо от его профессиональной деятельности; умения различать факты и оценки, сравнивать оценочные выводы, видеть их связь с критериями оценок и связь критериев с определённой системой ценностей.

Без базовой математической подготовки невозможна постановка образования современного человека. В школе математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин. Реальной необходимостью в наши дни становится непрерывное образование, что требует полноценной базовой общеобразовательной подготовки, в том числе и по алгебре и началам математического анализа.

Для жизни в современном обществе важным является формирование математического стиля мышления. Объекты

математических умозаключений и правила их конструирования вскрывают механизм логических построений, вырабатывают умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивают логическое мышление. Алгебре и началам математического анализа принадлежит ведущая роль в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по заданному алгоритму. В ходе решения задач – основной учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение алгебре и началам математического анализа даёт возможность развивать у учащихся точную, лаконичную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые (в частности, символические, графические) средства, т. е. способствует формированию **коммуникативной культуры**, в том числе — умению ясно, логично, точно и последовательно излагать свою точку зрения, использовать языковые средства, адекватные обсуждаемой проблеме.

Дальнейшее развитие приобретут и **познавательные действия**. Учащиеся глубже осознают основные особенности математики как формы человеческого познания, научного метода познания природы, а также возможные сферы и границы её применения.

Математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека. Необходимыми компонентами общей культуры являются общее знакомство с методами познания действительности, представление о методах математики, их отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения прикладных задач. Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений.

В результате целенаправленной учебной деятельности, осуществляемой в формах учебного исследования, учебного проекта, получит дальнейшее развитие способность к **информационно-поисковой деятельности**: самостоятельному отбору источников информации в соответствии с поставлен-

ными целями и задачами. Учащиеся научатся систематизировать информацию по заданным признакам, критически оценивать и интерпретировать информацию. Изучение курса будет способствовать развитию **ИКТ-компетентности** учащихся.

Получит дальнейшее развитие способность к **самоорганизации** и **саморегуляции**. Учащиеся получают опыт успешной, целенаправленной и результативной учебно-предпрофессиональной деятельности; освоят на практическом уровне умение планировать всю деятельность и управлять ею во времени; использовать ресурсные возможности для достижения целей; осуществлять выбор конструктивных стратегий в трудных ситуациях; самостоятельно реализовывать, контролировать и осуществлять коррекцию учебной и познавательной деятельности на основе предварительного планирования и обратной связи, получаемой от педагогов.

Содержательной основой и главным средством формирования и развития всех указанных способностей служит целенаправленный отбор учебного материала, который ведётся на основе принципов **научности** и **фундаментальности**, **историзма**, **доступности** и **непрерывности**, **целостности** и **системности** математического образования, его **связи с техникой, технологией, жизнью**.

Содержание по алгебре и началам математического анализа формируется на основе Фундаментального ядра школьного математического образования. Оно представлено в виде совокупности содержательных линий, раскрывающих наполнение Фундаментального ядра школьного математического образования применительно к старшей школе. Программа регламентирует объём материала, обязательного для изучения, но не задаёт распределения его по классам. Поэтому содержание данного курса включает следующие разделы: *«алгебра»*; *«математический анализ»*; *«вероятность и статистика»*.

Содержание раздела «Алгебра» способствует формированию у учащихся математического аппарата для решения задач окружающей реальности. Продолжается изучение мно-

гочленов с целыми коэффициентами, методов нахождения их рациональных корней. Происходит развитие и завершение базовых знаний о числе. Тема «Комплексные числа» знакомит учащихся с понятием комплексного числа, правилами действий с ними, различными формами записи комплексных чисел, решением простейших уравнений в поле комплексных чисел и завершает основную содержательную линию курса школьной математики «Числа». Основное назначение этих вопросов связано с повышением общей математической подготовки учащихся, освоением простых и эффективных приёмов решения алгебраических задач.

Раздел «Математический анализ» представлен тремя основными темами: «элементарные функции», «производная» и «интеграл». Содержание этого раздела нацелено на получение школьниками конкретных знаний о функции как важнейшей модели описания и исследования разнообразных реальных процессов. Изучение степенных, показательных, логарифмических и тригонометрических функций продолжает знакомство учащихся с основными элементарными функциями, начатое в основной школе. Помимо овладения непосредственными умениями решать соответствующие уравнения и неравенства, у учащихся формируется запас геометрических представлений, лежащих в основе объяснения правомерности стандартных и эвристических приёмов решения задач. Темы «Производная» и «Интеграл» содержат традиционно трудные вопросы для школьников, даже для тех, кто выбрал изучение математики на углублённом уровне, поэтому их изложение предполагает опору на геометрическую наглядность и на естественную интуицию учащихся, — более чем на строгие определения. Тем не менее знакомство с этим материалом даёт представление учащимся об общих идеях и методах математической науки.

При изучении раздела «Вероятность и статистика» рассматриваются различные математические модели, позволяющие измерять и сравнивать вероятности различных событий, делать выводы и прогнозы. Этот материал необходим прежде всего для формирования у учащихся функциональной гра-

мότητας — умения воспринимать и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей. К этому разделу относятся также сведения из логики, комбинаторики и теории графов, значительно варьирующие в зависимости от типа программы.

Место предмета в учебном плане. Базисный учебный (образовательный) план для изучения предмета «Математика» отводит на базовом уровне от 4 учебных часа в неделю и на углублённом уровне от 6 учебных часа (1-й вариант) или от 8 учебных часа (2-й вариант) в неделю в 10—11 классах. Поэтому на изучение алгебры и начал математического анализа отводится 2,5 учебных часа в неделю в течение каждого года обучения для базового уровня, всего 85 уроков и 4 или 6 учебных часа для углублённого уровня, всего 136 или 180 уроков соответственно. Распределение учебного времени представлено в таблице.

Предмет	Количество часов					
	Базовый уровень		Углублённый уровень			
			1-й вариант		2-й вариант	
	10 класс	11 класс	10 класс	11 класс	10 класс	11 класс
Математика (интегрированный курс)	136	136				
Геометрия	51	51	68	68	102	102
Алгебра и начала математического анализа	85	85	136	136	180	180

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА

АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Базовый уровень

Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по

специальностям, не связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для развития мышления (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*):

Элементы теории множеств и математической логики

- Оперировать¹ понятиями: конечное множество, бесконечное множество, числовые множества на координатной прямой, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, отрезок, интервал, *промежуток с выколотой точкой*, *графическое представление множеств на координатной плоскости*;
- *проверять принадлежность элемента множеству, заданному описанием*;
- находить пересечение и объединение двух, *нескольких* множеств, представленных графически на числовой прямой, *на координатной плоскости*;
- строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями;
- оперировать понятиями: утверждение (высказывание), отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров;
- *проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений*.

¹ Здесь и далее:

на 1-м уровне — знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач;

на 2-м уровне — распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примеры общие понятия.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить логические, доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов.

Числа и выражения

- оперировать понятиями: натуральное и целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, иррациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, масштаб;
- оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа e и π ;
- выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами, сочетая устные и письменные приёмы, применяя при необходимости вычислительные устройства;
- сравнивать рациональные числа между собой; сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;
- выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, корни из чисел, логарифмы чисел; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;
- пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах;

- изображать точками на координатной прямой целые и рациональные числа; целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;
- выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;
- выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;
- вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- *проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические формулы;*
- *находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;*
- изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;
- оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, *котангенса* конкретных углов; *использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;*
- *выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и *задач из различных областей знаний*, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;
- соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;
- использовать методы округления и прикидки при решении практических задач повседневной жизни;

- оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира.

Уравнения и неравенства

- Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;
- решать логарифмические и показательные уравнения вида $\log_a (bx + c) = d$, $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и неравенства вида $\log_a x < d$, $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);
- приводить несколько примеров корней тригонометрического уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a — табличное значение соответствующей тригонометрической функции;
- решать несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства;
- использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;
- использовать метод интервалов для решения неравенств;
- использовать графический метод для приближённого решения уравнений и неравенств;
- изображать на тригонометрической окружности множество решений тригонометрических уравнений и неравенств.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении несложных практических задач и задач из других учебных предметов;

- использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;
- уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи.

Функции

- оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание и убывание функции на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции;
- оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;
- распознавать графики функций прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической, показательной и тригонометрических функций и соотносить их с формулами, которыми они заданы;
- находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;
- определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т. п.);
- строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведённому набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т. д.);
- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;

- *решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графики.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- *определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;*
- *определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радио связи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).*

Элементы математического анализа

- *Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;*
- *определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведённой в этой точке;*
- *вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;*
- *вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;*
- *решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции — с другой;*
- *исследовать функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простых рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- *пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т. п.) или скорости убы-*

вания (падения, снижения, уменьшения и т. п.) величин в реальных процессах;

- соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т. п.);
- использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса;
- *решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т. п., интерпретировать полученные результаты.*

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновероятными элементарными событиями;
- вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- *иметь представление: о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; о математическом ожидании и дисперсии случайных величин; о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;*
- *понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;*
- *иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;*

- *иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;*
- *иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- *оценивать, сравнивать и вычислять в простых случаях вероятности событий в реальной жизни;*
- *читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков;*
- *выбирать подходящие методы представления и обработки данных;*
- *уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях.*

Текстовые задачи

- *Решать несложные текстовые задачи разных типов, решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;*
- *выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;*
- *анализировать условие задачи, строить для её решения математическую модель, проводить доказательные рассуждения;*
- *понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков;*
- *действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи;*
- *использовать логические рассуждения при решении задачи;*
- *работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации данные, необходимые для решения задачи;*

- осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- решать задачи на расчёт стоимости покупок, услуг, поездок и т. п.;
- решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;
- решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;
- решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, положения на временной оси (до нашей эры и после), глубины/высоты, на движение денежных средств (приход/расход) и т. п.;
- использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т. п.;
- *решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;*
- *анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;*
- *переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.*

История и методы математики

- Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки;
- знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; *представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;*

- понимать роль математики в развитии России;
- применять известные методы при решении стандартных *и не стандартных* математических задач; *использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение*;
- замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности и *на их основе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира, а также произведений искусства*;
- *применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.*

Углублённый уровень

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*).

Элементы теории множеств и математической логики

- Свободно оперировать¹ понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выко-

¹ Здесь и далее — знать определение понятия, знать и уметь доказывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательствах, решении задач.

той точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;

- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- *оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;*
- *понимать суть косвенного доказательства;*
- *оперировать понятиями счётного и несчётного множества;*
- *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.*

Числа и выражения

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество

целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n , множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;

- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;
- *свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;*
- *понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;*
- *владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;*
- *иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;*

- свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;
- владеть формулой бинома Ньютона;
- применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;
- применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;
- применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;
- владеть понятиями приводимые и неприводимые многочлены и применять их при решении задач;
- применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

Уравнения и неравенства

- Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений;

- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;
- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*
- *свободно решать системы линейных уравнений;*
- *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;*
- *применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;*

- *иметь представление о неравенствах между средними степенными.*

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

Функции

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;

- владеть понятием тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессия;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- *владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;*
- *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.*

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радио связи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

Элементы математического анализа

- Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;

- владеть понятиями бесконечно большие числовые последовательности и, бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;*
- *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;*
- *оперировать понятием первообразной для решения задач;*
- *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;*
- *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;*
- *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;*
- *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;*
- *уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);*

- уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;
- владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость.

В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика, теория графов

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятием генеральная совокупность и выборка из неё;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;
- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;

- иметь представление о центральной предельной теореме;
- иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;
- иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;
- иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;
- иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;
- владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятием связности и уметь применять компоненты связности при решении задач;
- уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;
- иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;
- владеть понятиями конечные счётные множества и счётные множества и уметь применять их при решении задач;
- уметь применять метод математической индукции;
- уметь применять принцип Дирихле при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

Текстовые задачи

- Решать разные задачи повышенной трудности;

- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

История и методы математики

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;

— применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).

СОДЕРЖАНИЕ

Базовый уровень

Элементы теории множеств и математической логики

Конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, *промежуток с выколотой точкой*, *графическое представление множеств на координатной плоскости*.

Утверждение (высказывание), отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример, доказательство.

Числа и выражения

Корень n -й степени и его свойства. *Понятие предела числовой последовательности*. Степень с действительным показателем, свойства степени. Действия с корнями натуральной степени из чисел, *тождественные преобразования выражений, включающих степени и корни*.

Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Число e . Логарифмические тождества. Действия с логарифмами чисел; *простейшие преобразования выражений, включающих логарифмы*.

Изображение на числовой прямой целых и рациональных чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел. Тригонометрическая окружность, *радианная мера угла*. Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Значения тригонометрических функций для углов 0° , 30° , 45° ,

60° , 90° , 180° , 270° $(0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \text{ рад})$. Формулы приведе-

ния, сложения, формулы двойного и половинного угла.

Уравнения и неравенства

Уравнения с одной переменной. Простейшие иррациональные уравнения. Логарифмические и показательные уравнения вида $\log_a (bx + c) = d$, $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a и рациональным показателем) и их решения. Тригонометрические уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, где a — табличное значение соответствующей тригонометрической функции и их решения. Неравенства с одной переменной вида $\log_a x < d$, $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a).

Несложные рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы, простейшие иррациональные уравнения и неравенства.

Метод интервалов. Графические методы решения уравнений и неравенств.

Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Уравнения, системы уравнений с параметром.

Функции

Понятие функции. Нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодичность функции. Чётность и нечётность функций.

Степенная, показательная и логарифмические функции; их свойства и графики. *Сложные функции.*

Тригонометрические функции $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$. Функция $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций. Арккосинус, арксинус, арктангенс числа, арккотангенс числа. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиги вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, симметрия относительно координатных осей и начала координат. Графики взаимно обратных функций.

Элементы математического анализа

Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного, двух функций.

Вторая производная, её геометрический и физический смысл.

Понятие о непрерывных функциях. Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, нахождение наибольшего и наименьшего значений функции с помощью производной. Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении задач.

Первообразная. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика

Частота и вероятность события. Достоверные, невозможные и случайные события. Вычисление вероятностей в опытах с равновероятными элементарными исходами. Решение задач с применением комбинаторики. Вероятность суммы двух несовместных событий. Противоположное событие и его вероятность.

Правило умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Решение задач с применением дерева вероятностей.

Дискретные случайные величины и их распределения.

Математическое ожидание, дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонения.

Понятие о нормальном распределении. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Представление о законе больших чисел. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Совместные наблюдения двух случайных величин. Понятие о корреляции.

Углублённый уровень

Элементы теории множеств и математической логики

логики

Понятие множества. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множество. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами, их иллюстрации с помощью кругов Эйлера. *Счётные и несчётные множества.*

Истинные и ложные высказывания (утверждения), операции над высказываниями. Кванторы существования и всеобщности. *Алгебра высказываний.*

Законы логики. *Основные логические правила.* Решение логических задач с использованием кругов Эйлера.

Умозаключения. Обоснования и доказательство в математике. Определения. Теоремы. *Виды доказательств. Математическая индукция.* Утверждения: обратное данному, противоположное, обратное противоположному. Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

Числа и выражения

Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Множество комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. *Тригонометрическая форма комплексного числа.*

Радиианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Число e . Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы.

Тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений.

Метод математической индукции.

Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.

Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.

Уравнения и неравенства

Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Тригонометрические, показательные, логарифмические и иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств.

Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и *иррациональных* неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметрами. *Неравенства с параметрами.*

Решение уравнений степени выше 2 специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в комплексных числах.

Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.

Функции

Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший

период. Чётные и нечётные функции. Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$.

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Тригонометрические функции числового аргумента $y = \cos x$, $y = \sin x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$. Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.

Степенная, показательная, логарифмическая функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.

Элементы математического анализа

Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции.* Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса для непрерывных функций.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

Вторая производная, её геометрический и физический смысл.

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум.*

Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый ин-

теграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.

Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

Правило произведения в комбинаторике. Соединения без повторений. Сочетания и их свойства. Бином Ньютона. Соединения с повторениями.

Вероятность события. Сумма вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условная вероятность. Независимые события. Произведение вероятностей независимых событий. Формула Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.

Дискретные случайные величины и их распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.

Корреляция двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.

Статистическая гипотеза. Статистические критерии. Статистическая значимость. Проверка простейших гипотез.

Основные понятия теории графов.

ПРИМЕРНОЕ ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Тематическое планирование реализует один из возможных подходов к распределению изучаемого материала для учебно-методических комплектов по алгебре и началам математического анализа, выпускаемых издательством «Просвещение», не носит обязательного характера и не исключает возможностей иного распределения содержания.

В примерном тематическом планировании разделы основного содержания по алгебре и началам математического анализа разбиты на темы в хронологии их изучения по соответствующим учебникам.

Особенностью примерного тематического планирования является то, что в нём содержится описание возможных видов деятельности учащихся в процессе усвоения соответствующего содержания, направленных на достижение поставленных целей обучения. Это ориентирует учителя на усиление деятельностного подхода в обучении, организацию разнообразной учебной деятельности, отвечающей современным психолого-педагогическим воззрениям, использование современных технологий.

Перечень учебных действий ученика не носит нормативного характера, его не следует рассматривать в качестве требований ни к учителю, ни к ученику.

Следует также обратить внимание на то, что характеристика учебных действий ученика в предлагаемом тематическом планировании относится к предметной области. Универсальные учебные действия конкретизированы в «Программе развития и формирования универсальных учебных действий».

Планирование по алгебре и началам математического анализа к каждому учебнику представлено в нескольких вариантах в соответствии с базисным учебным планом.

Базовый уровень: 2,5 ч в неделю, всего 85 ч в год;

углублённый уровень: 4 ч или 5 ч в неделю, всего 136 ч или 180 ч соответственно в год.

Базовый уровень

2,5 ч в неделю, всего 170 ч

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
10 класс			
Глава I. Действительные числа		13	Находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Переводить бесконечную периодическую дробь в обыкновенную дробь.
1, 2	Целые и рациональные числа.	2	
	Действительные числа	1	
3	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия	2	Приводить примеры (давать определение) арифметических корней натуральной степени.
4	Арифметический корень натуральной степени	3	
5	Степень с рациональным и действительными показателями	3	Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	при вычислениях и преобразованиях выражений
	Контрольная работа № 1	1	
Глава II. Степенная функция		12	По графикам степенных функций (в зависимости от показателя степени) описывать их свойства (монотонность, ограничен-
6	Степенная функция, её свойства и график	3	
7	Взаимно обратные функции. Сложная		

	функция	2	ность, чётность, нечётность).
8	Равносильные уравнения и неравенства	2	Строить схематически график степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечислять её свойства.
9	Иррациональные уравнения	2	Приводить примеры степенных функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения.
10*	Иррациональные неравенства	—	Распознавать равносильные преобразования, преобразования, приводящие к урав-
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 2	1	

			нению-следствию. Решать простейшие иррациональные уравнения. Распознавать графики и строить графики степенных функций, используя графопостроители, изучать свойства функций по их графикам. Выполнять преобразования графиков степенных функций: параллельный перенос. Применять свойства степенной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
Глава III. Показательная функция		10	По графикам показательной функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность).
11	Показательная функция, её свойства и график	2	Приводить примеры показательной функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл пере-
12	Показательные уравнения	2	
13	Показательные неравенства	2	
14	Системы показательных уравнений и неравенств	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	

	Контрольная работа № 3	1	численных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения. Решать простейшие показательные уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные уравнения методами разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным. Распознавать графики и строить график показательной функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную функцию, и проверять их. Выполнять преоб-
--	-----------------------------------	----------	---

			разования графика показательной функции: параллельный перенос. Применять свойства показательной функции при решении прикладных задач
Глава IV. Логарифмическая функция		15	Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода. По графику логарифмической функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность). Приводить примеры логарифмической функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на
15	Логарифмы	2	
16	Свойства логарифмов	2	
17	Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода	2	
18	Логарифмическая функция, её свойства и график	2	
19	Логарифмические уравнения	2	
20	Логарифмические неравенства	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 4	1	

			различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и их системы. Решать логарифмические уравнения различными методами. Распознавать графики и строить график логарифмической функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих логарифмическую функцию, и проверять их. Применять свойства логарифмической функции при решении прикладных за-
--	--	--	--

			дач и задач повышенной сложности
Глава V. Тригонометрические формулы		20	Переводить градусную меру в радианную и обратно. Находить на окружности положение точки, соответствующей данному действительному числу.
21	Раданная мера угла	1	Находить на окружности положение точки, соответствующей данному действительному числу.
22	Поворот точки вокруг начала координат	2	Находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа.
23	Определение синуса, косинуса и тангенса угла	2	Выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла.
24	Знаки синуса, косинуса и тангенса	1	Применять данные зависимости для доказательства тождества, в частности, на определённых множествах.
25	Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла	2	Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов α и $-\alpha$, формулы сложения, формулы двойных и половинных углов,
26	Тригонометрические тождества	2	
27	Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$	1	
28	Формулы сложения	2	
29	Синус, косинус и тангенс двойного угла	1	
30	Синус, косинус и тангенс половинного угла	1	
31	Формулы приведения	2	
32	Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов	1	

	Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 5	1 1	формулы приведения, формулы сумм и разности синусов, суммы и разность косинусов. Доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы. Применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
Глава VI. Тригонометрические уравнения		14	Уметь находить арксинус, арккосинус, арктангенс действительного числа, грамотно формулируя определение. Применять формулы для нахождения корней уравнений $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$. Уметь решать тригонометрические уравнения: линейные относительно синуса, косинуса, тангенса угла (числа), сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного, сводящиеся к
33	Уравнение $\cos x = a$	3	
34	Уравнение $\sin x = a$	3	
35	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$	2	
36	Решение тригонометрических уравнений	4	
37*	Примеры решения простейших тригонометрических неравенств	—	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 6	1	

			простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители. Применять все изученные свойства и способы решения тригонометрических уравнений и неравенств при решении прикладных задач
Итоговое повторение		1	
11 класс			
Глава VII. Тригонометрические функции		14	По графикам функций описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность).
38	Область определения и множество значений тригонометрических функций	2	Изображать графики тригонометрических функций с помощью графопостроителей, описывать их свойства.
39	Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций	2	Распознавать графики тригонометрических функций.
40	Свойство функции $y = \cos x$ и её график	3	Строить графики элементарных функций, используя графопостроители, изучать свойства элементарных функций по их графикам
41	Свойство функции $y = \sin x$ и её график	2	
42	Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$	2	
43*	Обратные тригонометрические функции	1	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	

	Контрольная работа № 1	1	
Глава VIII. Производная и её геометрический смысл		16	Приводить примеры функций, являющихся непрерывными, имеющих вертикальную, горизонтальную асимптоту. Записывать уравнение каждой из этих асимптот. Уметь по графику функции определять промежутки непрерывности и точки разрыва, если такие имеются. Уметь доказывать непрерывность функции.
44	Производная	2	Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке. Находить мгновенную скорость движения материальной точки. Находить производные элементарных функций. Находить производные суммы, произведения и частного двух функций, производную сложной функции $y = f(kx + b)$. Применять понятие производной при ре-
45	Производная степенной функции	2	
46	Правила дифференцирования	3	
47	Производные некоторых элементарных функций	3	
48	Геометрический смысл производной	3	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 2	1	

			шении задач
Глава IX. Применение производной к исследованию функций		12	Находить вторую производную и ускорение процесса, описываемого с помощью формулы.
49	Возрастание и убывание функции	2	Находить промежутки возрастания и убывания функции.
50	Экстремумы функции	2	Находить точки минимума и максимума функции.
51	Применение производной к построению графиков функций	2	Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
52	Наибольшее и наименьшее значения функции	3	Находить наибольшее и наименьшее значения функции.
53*	Выпуклость графика функций, точки перегиба	1	Исследовать функцию с помощью производной и строить её график
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 3	1	
Глава X. Интеграл		11	Вычислять приближённое значение площади криволинейной трапеции.
54	Первообразная	2	Находить первообразные функций:
55	Правила нахождения первообразных	3	$y = x^p$, где $p \in \mathbf{R}$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$. Находить первообразные функций $f(x) + g(x)$, $kf(x)$ и $f(kx + b)$.
56	Площадь криволинейной трапеции и интеграл	2	Вычислять площадь
57, 58	Вычисление интегралов. Вычисление площадей фигур с помощью интегралов	—	
59	Применение произ-		

	водной интеграла к решению практических задач	1	криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона—Лейбница
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 4	1	
Глава XI. Комбинаторика		10	Применять правило произведения при выводе формулы числа перестановок. Создавать математические модели для решения комбинаторных задач с помощью подсчёта числа размещений, перестановок и сочетаний. Использовать свойства числа сочетаний при решении прикладных задач и при конструировании треугольника Паскаля. Применять формулу бинома Ньютона при возведении двучлена в натуральную степень
60	Правило произведения	1	
61	Перестановки	2	
62	Размещения	1	
63	Сочетания и их свойства	2	
64	Бином Ньютона	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 5	1	
Глава XII. Элементы теории вероятностей		11	Приводить примеры случайных, достоверных и невозможных событий. Определять и нахо-
65	События	1	
66	Комбинация событий. Противополож-	1	

67	ное событие Вероятность события	2	дить сумму и произведение событий. Определять вероятность события в классическом понимании. Находить вероятность события с использованием формул комбинаторики, вероятность суммы двух несовместимых событий и вероятность события, противоположного данному.
68	Сложение вероятностей	2	Приводить примеры независимых событий.
69	Независимые события. Умножение вероятностей	1	Находить вероятность совместного наступления двух независимых событий.
70	Статистическая вероятность Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 6	2	Находить статистическую вероятность событий в опыте с большим числом в испытании. Иметь представление о законе больших чисел
Глава XIII. Статистика		8	Знать понятие случайной величины, представлять распределение значений дискретной случайной величины в виде
71	Случайные величины	2	
72	Центральные тенденции	2	
73	Меры разброса	2	

	Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 7	1 1	частотной таблицы, полигона частот (относительных частот). Представлять распределение значений непрерывной случайной величины в виде частотной таблицы и гистограммы. Знать понятие генеральной совокупности и выборки. Приводить примеры репрезентативных выборок значений случайной величины. Знать основные центральные тенденции: моду, медиану, среднее. Находить центральные тенденции учебных выборок. Знать, какая из центральных тенденций наилучшим образом характеризует совокупность. Иметь представление о математическом ожидании. Вычислять значение математического ожидания случайной величины с конечным числом значений.
--	---	-------------------	--

		Знать основные меры разброса значений случайной величины: размах, отклонение от среднего и дисперсию. Находить меры разброса случайной величины с небольшим числом различных её значений
Итоговое повторение курса алгебры и начал математического анализа		5

Углублённый уровень

4 ч в неделю, всего 272 ч

Номер параграфа	Содержание материала	Количество часов	Характеристика основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)
10 класс			
Глава числа	И. Действительные	18	Находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
1, 2	Целые и рациональные числа.	2	Переводить бесконечную периодическую дробь в обыкновенную дробь.
	Действительные числа	2	Приводить примеры (давать определение) арифметических корней натуральной степени
3	Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия	2	
4	Арифметический корень натуральной степени	4	

5	Степень с рациональным и действительными показателями Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 1	5 2 1	пени. Пояснять на примерах понятие степени с любым действительным показателем. Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем (любым действительным показателем) при вычислениях и преобразованиях выражений. Доказывать тождества, содержащие корень натуральной степени и степени с любым действительным показателем, применяя различные способы. Применять умения преобразовывать выражения и доказывать тождества при решении задач повышенной сложности
Глава II. Степенная функция		18	По графикам степенных функций (в зависимости от показателя степени) описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность).
6	Степенная функция, её свойства и график	3	
7	Взаимно обратные функции. Сложная функция	2	
8	Равносильные урав-		

9 10*	нения и неравенства	4	Строить схематически график степенной функции в зависимости от принадлежности показателя степени (в аналитической записи рассматриваемой функции) к одному из рассматриваемых числовых множеств (при показателях, принадлежащих множеству целых чисел, при любых действительных показателях) и перечислять её свойства. Определять, является ли функция обратной. Строить график сложной функции, дробно-рациональной функции элементарными методами. Приводить примеры степенных функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств. Анализировать поведение функций на различных
	Иррациональные уравнения	4	
	Иррациональные неравенства	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 2	1	

			участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Распознавать равносильные преобразования, преобразования, приводящие к уравнению-следствию. Решать простейшие иррациональные уравнения, иррациональные неравенства и их системы. Распознавать графики и строить графики степенных функций, используя графопостроители, изучать свойства функций по их графикам. Делать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих степенные функции, и проверять их. Выполнять преобразования графиков степенных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение гра-
--	--	--	--

			фика обратной функции). Применять свойства степенной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
Глава III. Показательная функция		12	По графикам показательной функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность).
11	Показательная функция, её свойства и график	2	Приводить примеры показательной функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл перечисленных свойств.
12	Показательные уравнения	3	Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств.
13	Показательные неравенства	3	Решать простейшие показательные
14	Системы показательных уравнений и неравенств	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 3	1	

			уравнения, неравенства и их системы. Решать показательные уравнения методами разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным, иррациональным. Решать показательные уравнения, применяя различные методы. Распознавать графики и строить график показательной функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную функцию, и проверять их. Выполнять преобразования графика показательной функции: параллельный перенос, растяжение
--	--	--	---

			(сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства показательной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
Глава IV. Логарифмическая функция		19	Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью формул перехода.
15	Логарифмы	2	По графику логарифмической функции описывать её свойства (монотонность, ограниченность).
16	Свойства логарифмов	2	Приводить примеры логарифмической функции (заданной с помощью формулы или графика), обладающей заданными свойствами (например, ограниченности). Разъяснять смысл пере-
17	Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода	3	
18	Логарифмическая функция, её свойства и график	2	
19	Логарифмические уравнения	3	
20	Логарифмические неравенства	4	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 4	1	

			численных свойств. Анализировать поведение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Формулировать определения перечисленных свойств. Решать простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и их системы. Решать логарифмические уравнения различными методами. Распознавать графики и строить график логарифмической функции, используя графопостроители, изучать свойства функции по графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих логарифмическую функцию, и проверять их. Выполнять преобразования
--	--	--	--

			графика логарифмической функции: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат (построение графиков с модулями, построение графика обратной функции). Применять свойства логарифмической функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
Глава V. Тригонометрические формулы		27	Переводить градусную меру в радианную и обратно. Находить на окружности положение точки, соответствующей данному действительному числу.
21	Радиианная мера угла	1	Находить на окружности положение точки, соответствующей данному действительному числу.
22	Поворот точки вокруг начала координат	2	Находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа.
23	Определение синуса, косинуса и тангенса угла	2	Выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла.
24	Знаки синуса, косинуса и тангенса	1	Применять данные зависимости для доказательства тождества, в частности, на
25	Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла	2	определённых мно-
26	Тригонометрические тождества	3	
27	Синус, косинус и тангенс углов α и $-\alpha$	1	
28	Формулы сложения	3	
29	Синус, косинус и		

30	тангенс двойного угла	2	жествах. Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов α и $-\alpha$, формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения, формулы суммы и разности синусов, суммы и разность косинусов, произведения синусов и косинусов. Доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы. Применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
	Синус, косинус и тангенс половинного угла	2	
	Формулы приведения	2	
	Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов	3	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
31	Контрольная работа № 5	1	жествах. Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов α и $-\alpha$, формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения, формулы суммы и разности синусов, суммы и разность косинусов, произведения синусов и косинусов. Доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы. Применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
32	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
33	Уравнение $\cos x = a$	3	
34	Уравнение $\sin x = a$	3	
35	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$	2	
36	Решение тригонометрических уравнений	5	арктангенс действительного числа, грамотно формулируя определение. Применять свойства арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа.
37*	Примеры решения		
Глава VI. Тригонометрические уравнения		18	

	простейших тригонометрических неравенств Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 6	2 2 1	Применять формулы для нахождения корней уравнений $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$. Уметь решать тригонометрические уравнения: линейные относительно синуса, косинуса, тангенса угла (числа), сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного, сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители. Решать однородные (первой и второй степени) уравнения относительно синуса и косинуса, а также сводящиеся к однородным уравнениям. Использовать метод вспомогательного угла. Применять метод предварительной оценки левой и правой частей уравнения. Уметь применять несколько методов при решении уравнения. Решать несложные системы тригономет-
--	---	----------------------------	---

			рических уравнений. Решать тригонометрические неравенства с помощью единичной окружности. Применять все изученные свойства и способы решения тригонометрических уравнений и неравенств при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
Итоговое повторение		24	
11 класс			
Глава VII. Тригонометрические функции		20	По графикам функций описывать их свойства (монотонность, ограниченность, чётность, нечётность, периодичность).
38	Область определения и множество значений тригонометрических функций	3	Приводить примеры функций (заданных с помощью формулы или графика), обладающих заданными свойствами (например, ограниченности).
39	Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций	3	Разъяснять смысл перечисленных свойств.
40	Свойство функции $y = \cos x$ и её график	3	Изображать графики сложных функций с помощью графопостроителей, описывать их свойства.
41	Свойство функции $y = \sin x$ и её график	3	
42	Свойства и графики функций $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$	2	
43*	Обратные тригонометрические функ-		

	ции Урок обобщения и систематизации знаний Контрольная работа № 1	3 2 1	Решать простейшие тригонометрические неравенства, используя график функции. Распознавать графики тригонометрических функций, графики обратных тригонометрических функций. Применять и доказывать свойства обратных тригонометрических функций. Строить графики элементарных функций, используя графопостроители, изучать свойства элементарных функций по их графикам, формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих элементарные функции, и проверять их. Выполнять преобразования графиков элементарных функций: параллельный перенос, растяжение (сжатие) вдоль оси ординат. Применять другие элементарные способы построения графиков. Уметь применять различные
--	--	----------------------------	--

			методы доказательств истинности
Глава VIII. Производная и её геометрический смысл		20	Приводить примеры монотонной числовой последовательности, имеющей предел. Вычислять пределы последовательностей. Выяснять, является ли последовательность сходящейся. Приводить примеры функций, являющихся непрерывными, имеющих вертикальную, горизонтальную асимптоту. Записывать уравнение каждой из этих асимптот. Уметь по графику функции определять промежутки непрерывности и точки разрыва, если такие имеются. Уметь доказывать непрерывность функции. Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке. Находить мгновенную скорость движения материальной точки. Анализировать пове-
44	Производная	3	
45	Производная степенной функции	3	
46	Правила дифференцирования	3	
47	Производные некоторых элементарных функций	4	
48	Геометрический смысл производной	4	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 2	1	

		дение функций на различных участках области определения, сравнивать скорости возрастания (убывания) функций. Находить производные элементарных функций. Находить производные суммы, произведения и частного двух функций, производную сложной функции $y = f(kx + b)$. Объяснять и иллюстрировать понятие предела последовательности. Приводить примеры последовательностей, имеющих предел и не имеющих предела. Пользоваться теоремой о пределе монотонной ограниченной последовательности. Выводить формулы длины окружности и площади круга. Объяснять и иллюстрировать понятие предела функции в точке. Приводить примеры функций, не имеющих предела в некоторой точке.
--	--	--

		Вычислять пределы функций. Анализировать поведение функций на различных участках области определения. Находить асимптоты. Вычислять приращение функции в точке. Составлять и исследовать разностное отношение. Находить предел разностного отношения. Вычислять значение производной функции в точке (по определению). Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой. Записывать уравнение касательной к графику функции, заданной в точке. Находить производную сложной функции, обратной функции. Применять понятие производной при решении задач
--	--	--

Глава IX. Применение производной к исследованию функций		18	Находить вторую производную и ускорение процесса, описываемого с помощью формулы.
49	Возрастание и убывание функции	2	Находить промежутки возрастания и убывания функции.
50	Экстремумы функции	3	Доказывать, что заданная функция возрастает (убывает) на указанном промежутке.
51	Применение производной к построению графиков функций	4	Находить точки минимума и максимума функции.
52	Наибольшее и наименьшее значения функции	3	Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
53*	Выпуклость графика функций, точки перегиба	3	Находить наибольшее и наименьшее значения функции. Исследовать функцию с помощью производной и строить её график.
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	Применять производную при решении текстовых, геометрических, физических и других задач
	Контрольная работа № 3	1	
Глава X. Интеграл		17	Вычислять приближённое значение площади криволинейной трапеции.
54	Первообразная	2	
55	Правила нахождения первообразных	2	

56	Площадь криволинейной трапеции и интеграл	3	Находить первообразные функций:
57	Вычисление интегралов. Вычисление площадей фигур с помощью интегралов	2	$y = x^p$, где $p \in \mathbf{R}$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$. Находить первообразные функций: $f(x) + g(x)$, $kf(x)$ и $f(kx + b)$.
58		3	Вычислять площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона—Лейбница.
59	Применение производной интеграла к решению практических задач	2	Находить приближённые значения интегралов.
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	Вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью интеграла
	Контрольная работа № 4	1	
Глава XI. Комбинаторика		13	Применять при решении задач метод математической индукции.
60	Правило произведения	2	Применять правило произведения при выводе формулы числа перестановок.
61	Перестановки	2	Создавать математические модели для решения комбинаторных задач с помощью подсчёта числа размещений, перестановок и сочетаний. Находить число перестановок
62	Размещения	2	
63	Сочетания и их свойства	2	
64	Бином Ньютона	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	2	
	Контрольная работа № 5	1	

			с повторениями. Решать комбинаторные задачи, сводящиеся к подсчёту числа сочетаний с повторениями. Применять формулу бинома Ньютона. При возведении бинома в натуральную степень находить биномиальные коэффициенты при помощи треугольника Паскаля
Глава XII. Элементы теории вероятностей		13	Приводить примеры случайных, достоверных и невозможных событий.
65	События	1	Знать определение суммы и произведения событий. Знать определение вероятности события в классическом понимании.
66	Комбинация событий. Противоположное событие	2	Приводить примеры несовместных событий. Находить вероятность суммы несовместных событий.
67	Вероятность события	2	Находить вероятность суммы произвольных событий.
68	Сложение вероятностей	2	Иметь представление об условной ве-
69	Независимые события. Умножение вероятностей	2	
70	Статистическая вероятность	2	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 6	1	

			роятности событий. Знать строгое определение независимости двух событий. Иметь представление о независимости событий и находить вероятность совместного наступления таких событий. Вычислять вероятность получения конкретного числа успехов в испытаниях Бернулли
Глава XIII. Статистика		9	Знать понятие случайной величины, представлять распределение значений дискретной случайной величины в виде частотной таблицы, полигона частот (относительных частот). Представлять распределение значений непрерывной случайной величины представлять в виде частотной таблицы и гистограммы. Знать понятие генеральной совокупности и выборки. Приводить примеры репрезентативных вы-
71	Случайные величины	2	
72	Центральные тенденции	2	
73	Меры разброса	3	
	Урок обобщения и систематизации знаний	1	
	Контрольная работа № 7	1	

		борок значений случайной величины. Знать основные центральные тенденции: моду, медиану, среднее. Находить центральные тенденции учебных выборок. Знать, какая из центральных тенденций наилучшим образом характеризует совокупность. Иметь представление о математическом ожидании. Вычислять значение математического ожидания случайной величины с конечным числом значений. Знать основные меры разброса значений случайной величины: размах, отклонение от среднего и дисперсию. Находить меры разброса случайной величины с небольшим числом различных её значений
Итоговое повторение курса алгебры и начал математического анализа	26	

Учебно-методический комплект

1. *Алимов Ш. А., Колягин Ю. М., Ткачёва М. В. и др.* Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы. Базовый и углублённый уровни
2. *Шабунин М. И., Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е. и др.* Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10 класс. Базовый и углублённый уровни
3. *Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е.* Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 10 класс. Базовый и углублённый уровни
4. *Фёдорова Н. Е.* Изучение алгебры и начал анализа. Книга для учителя. 10—11 классы
5. *Шабунин М. И., Ткачёва М. В., Фёдорова Н. Е. и др.* Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 11 класс. Базовый и углублённый уровни
6. *Ткачёва М. В.* Алгебра и начала математического анализа. Тематические тесты. 11 класс. Базовый и углублённый уровни

Дополнительная литература

1. *Агаханов Н. Х.* Математика. Районные олимпиады: 6—11 классы / Н. Х. Агаханов, О. К. Подлипский. — М.: Просвещение, 2010.
2. *Александров П. С.* Энциклопедия элементарной математики. Книга II. Алгебра / П. С. Александров, А. И. Маркушевич, А. Я. Хинчин. — М. — Л.: ГИТТЛ, 1951.
3. *Александров П. С.* Энциклопедия элементарной математики. Книга III. Функции и пределы (основы анализа) / П. С. Александров, А. И. Маркушевич, А. Я. Хинчин. — М.; Л.: ГИТТЛ, 1952.
4. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. — М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962.
5. *Вилейтнер Г.* Хрестоматия по истории математики / Г. Вилейтнер. — М.: Книжный дом «Либроком», 2010.
6. *Виленкин Н. Я.* Комбинаторика / Н. Я. Виленкин. — М.: Наука, 1969.

7. *Глейзер Г. И.* История математики в школе: IX—X кл.: пособие для учителей / Г. И. Глейзер. — М.: Просвещение, 1983.
8. *Гнеденко Б. В.* Очерк по истории теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. — М.: Либроком, 2013.
9. *Куланин Е. Д.* Три тысячи конкурсных задач по математике / Е. Д. Куланин, В. П. Норин, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. — М.: Айрис-пресс, 2003.
10. *Курант Р.* Что такое математика? / Р. Курант, Г. Роббинс. — М.: МЦНМО, 2001.
11. *Лютикас В. С.* Факультативный курс по математике. Теория вероятностей: учеб. пособие для 9—11 кл. средней школы / В. С. Лютикас. — М.: Просвещение, 1990.
12. *Перельман Я. И.* Занимательная алгебра. Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. — М.: АСТ: Астрель, 2002.
13. *Плотцкий А.* Вероятность в задачах для школьников / А. Плотцкий. — М., 1996.
14. *Реньи А.* Трилогия о математике / А. Реньи. — М.: Мир, 1980.
15. *Садовничий Ю. В.* Математика. Тематическая подготовка к ЕГЭ / Ю. В. Садовничий. — М.: Илекса, 2011.
16. *Сергеев И. Н.* ЕГЭ. Математика. Задания типа С / И. Н. Сергеев. — М.: Экзамен, 2009.
17. *Халамайзер А. Я.* Комбинаторика и бином Ньютона / А. Я. Халамайзер. — М.: Просвещение, 1980.
18. *Шевкин А. В.* Текстовые задачи по математике: 7—11 кл. / А. В. Шевкин. — М.: Илекса, 2012.
19. *Шевкин А. В.* Школьная математическая олимпиада. Задачи и решения. Вып. 1, 2 / А. В. Шевкин. — М.: Илекса, 2008—2012.
20. *Шевкин А. В.* ЕГЭ. Математика. Задания С6 / А. В. Шевкин, Ю. О. Пукас. — М.: Экзамен, 2012.
21. *Шибасов Л. П.* За страницами учебника математики: математический анализ. Теория вероятностей: пособие для учащихся 10—11 кл. / Л. П. Шибасов, З. Ф. Шибасова. — М.: Просвещение, 2008.

Интернет-библиотеки

1. Интернет-библиотека сайта Московского центра непрерывного математического образования.
<http://ilib.mccme.ru/>
2. Математические этюды.
<http://etudes.ru>
3. Научно-популярный физико-математический журнал «Квант».
<http://kvant.mccme.ru/>