

Российская Федерация  
Министерство образования Калининградской области

Государственное автономное учреждение Калининградской области дополнительного профессионального образования  
**«Институт развития образования»**

236016, г. Калининград, ул. Томская, 19  
тел/факс: (4012) 578-301  
e-mail: info@koiro.edu.ru  
www.koiro.edu.ru


ОГРН 1023901014323  
ИНН 3906020548

Дополнительная профессиональная программа  
повышения квалификации  
**«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания  
математики в профильных классах»**

Программа обсуждена и утверждена  
на заседании Ученого совета  
25.11. 2022 г. (Протокол № 14)

Председатель Ученого совета



 /Л. А. Зорькина/

Калининград  
2022

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

### Составители:

- Бородулина Наталья Алексеевна, методист кафедры общего образования Калининградского областного института развития образования
- Вятчинова Ксения Габдрахмановна, методист кафедры общего образования Калининградского областного института развития образования.
- Зеленцова Вероника Александровна, кандидат химических наук, заведующий кафедрой общего образования Калининградского областного института развития образования;
- Скабицкая Юлия Александровна, проректор по развитию Калининградского областного института развития образования;

Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации «*Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах*» обсуждена и утверждена на заседании кафедры общего образования Калининградского областного института развития образования (протокол № 15 от 22 ноября 2022 г.).

**Заведующий кафедрой общего образования, кандидат химических наук**

 /В. А. Зеленцова/  
(подпись)

Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации «*Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах*» утверждена Ученым советом Калининградского областного института развития образования (протокол № 14 от 25.11. 2022 г.).

Программа пересмотрена на заседании Ученого совета

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Внесены следующие изменения (или изменений не внесено):

\_\_\_\_\_

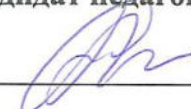
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Проректор по научно-методической работе,  
кандидат педагогических наук**

 /В. П. Вейдт/

## СОДЕРЖАНИЕ

дополнительной профессиональной программы повышения квалификации  
«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики  
в профильных классах»

	Стр.
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	4
ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.....	5
УЧЕБНЫЙ ПЛАН дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах».....	8
КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах».....	9
РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»:	
– Нормативно-правой раздел.....	10
– Предметно-методический раздел.....	14
САМОДИАГНОСТИКА .....	20
ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ .....	21

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

<b>БФУ</b>	Балтийский федеральный университет
<b>ЕГЭ</b>	Единый государственный экзамен
<b>ОКБ</b>	Опытное конструкторское бюро
<b>ФГОС</b>	Федеральный государственный образовательный стандарт
<b>ФИПИ</b>	ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений»

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

**Актуальность программы.** Модернизация образования России — это долгосрочный комплексный проект, в основе которого лежит реализация педагогических инноваций, современных требований к образовательному процессу. Последние продиктованы реалиями времени — стремительно развивающееся информационное общество запрашивает выпускника мобильного, инновационно мыслящего, способного эффективно работать в команде и самостоятельно. Таким образом, современному обществу нужна личность с неординарным, творческим мышлением, широким кругозором, умеющая ставить и решать неординарные креативные задачи.

Одной из инициатив государственной политики в образовании является поддержка талантливых детей. Исторически работа с одаренными детьми начиналась с физико-математического направления. Начиная с середины 60-х годов в России создавались первые физико-математические школы для одаренных детей.

Дети с повышенными математическими способностями нуждаются в особом внимании к ним, в специальных дополнительных занятиях, потому что работа, рассчитанная на так называемого среднестатистического ученика, их не удовлетворяет. Чтобы не пропал интерес к математическим знаниям у наиболее способных, высокомотивированных обучающихся, учителю математики необходимо предпринимать дополнительные действия для сохранения заинтересованности обучающихся: на уроке к ним можно предъявлять повышенные требования, дифференцировать дидактический материал и предлагать к изучению дополнительный предметный материал, давать возможность выполнять некоторые вычисления устно, показывать им все возможные альтернативные пути решения одной и той же задачи; таких обучающихся следует привлекать на помощь другим учащимся.

Для работы в профильных классах учителю математики необходимо демонстрировать высокий уровень квалификации и профессионализма, стремиться повышать уровень своего профессионального мастерства, заниматься самообразованием. В последние годы вопрос математической компетентности педагогов приобретает все большую важность и обсуждается на самом высоком государственном уровне, к учителю предъявляются все более высокие требования.

Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации *«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»* призвана раскрыть особенности решения задач повышенного и высокого уровня сложности по математике, разъяснить учителям альтернативные способы решения математических задач, прокомментировать корреляцию низкой результативности выполнения некоторых заданий ЕГЭ с педагогическими дефицитами в части решения задач, а также методически и организационно помочь в выстраивании системы подготовки высокомотивированных обучающихся к решению математических задач различными способами.

**Цель реализации программы:** совершенствование профессиональных компетенций учителей математики в области решения задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах.

**Связь программы с профессиональными стандартами.** В соответствии со ст. 76 Федерального закона от 29.12.2012 года № 273-ФЗ (ред. от 30.12.2021 года) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 01.01.2022 года) содержание дополнительной профессиональной программы повышения квалификации *«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»* разработано с учетом профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании)» (воспитатель, учитель)».

## Планируемые результаты обучения по программе

Трудовая функция	Трудовое действие	Знать	Уметь
Общепедагогическая функция. Обучение (А/01.6)	Осуществление профессиональной деятельности в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики;</li> <li>– основные методики, алгоритмы, методы и приемы решения задач по математике повышенного уровня сложности;</li> <li>– альтернативные методы решения задач повышенного уровня сложности</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Применять различные методы (основные и альтернативные) решения задач по математике повышенного уровня сложности</li> </ul>

### Организационно-педагогические условия реализации программы

**Методические и технические средства обучения.** Программа повышения квалификации «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах» реализуется в очно-заочной форме с применением дистанционных образовательных технологий.

Техническими средствами, необходимыми слушателям для выполнения самостоятельной работы (дистанционного обучения) в рамках обучения по программе повышения квалификации «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах», являются персональный компьютер / ноутбук / ультрабук / нетбук / планшет с установленной операционной системой Windows версии не ниже 7, имеющий стабильное подключение к Интернету (рекомендуемая скорость соединения с сетью — от 2 Мбит/сек для входящего и исходящего потоков); наличие колонок, наушников или встроенного динамика для воспроизведения звука и аудиоматериалов; установленный браузер (Chrome / Opera / MicrosoftEdge / Яндекс Браузер или другие актуальные браузеры).

Для проведения очной части обучения используется кабинет, оснащенный компьютером /ноутбуком/ нетбуком, проектором, доской.

**Особенности программы.** Особенностью программы является сочетание дистанционного обучения и очных практических занятий.

**Основными принципами разработки и реализации программы являются следующие:**

- принцип адресности, реализующийся в соотношении содержания программы с запросами заявленной категории слушателей, выявленными дефицитами деятельности;
- принцип андрагогичности программы, представленный в виде опоры на самостоятельность слушателей в организации освоения программы, выборе темпа и логики освоения содержания программы;
- принцип гуманизации и уникализации образования и профессионального развития, реализующийся в возможности построения уникальной траектории саморазвития каждого слушателя непосредственно в процессе и после освоения образовательной программы.

**Образовательные технологии, с помощью которых реализуется программа.** Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации «*Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах*» реализуется в очно-заочной форме с применением дистанционных образовательных технологий на сервере дистанционного обучения Калининградского областного института развития образования (платформа дистанционного обучения Moodle: <https://2020.baltinform.ru/>).

Образовательная деятельность предусматривает изучение учебного материала в форме самостоятельной работы, а также выполнение практических работ на очных занятиях, в том числе в форме тренингов (практикумов) по решению задач.

**Кадровый потенциал реализации программы.** Реализация дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «*Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах*» осуществляется высококвалифицированными преподавателями Калининградского областного института развития образования и привлеченными специалистами. Все преподаватели имеют высшее образование по профилю профессиональной деятельности и педагогический стаж не менее пяти лет.

## УЧЕБНЫЙ ПЛАН

дополнительной профессиональной программы повышения квалификации  
«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики  
в профильных классах»

**Категория слушателей:** учителя математики, преподающие в профильных классах с углубленным изучением математики (инженерные, космические, физико-математические, технологические профильные классы и др.).

**Срок освоения программы:** 36 часов.

**Форма обучения:** очно-заочная с применением дистанционных образовательных технологий.

**Режим занятий:** в соответствии с расписанием.

**Документ по окончании обучения:** удостоверение о повышении квалификации.

Шифр модуля	Образовательный модуль	Формы организации, часы			Всего час.
		Ауд. зан.		Сам. раб.	
		Лекц. зан.	Практ. зан.	Дист. обучение	
<b>Самодиагностика</b>		-	4	-	4
<b>НОРМАТИВНО-ПРАВОВОЙ РАЗДЕЛ</b>					
НПР 1	Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики	-	-	6	6 (в т. ч. про- меж. аттест.)
<b>ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ</b>					
ПМР 1	Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах	-	16	8	24 (в т. ч. про- меж. аттест.)
<b>Итоговая аттестация</b>		-	2	-	2
<b>ВСЕГО:</b>		-	<b>22</b>	<b>14</b>	<b>36</b>



## КАЛЕНДАРНЫЙ УЧЕБНЫЙ ГРАФИК

дополнительной профессиональной программы повышения квалификации  
«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики  
в профильных классах»

Шифр модуля	Наименование структурного компонента программы	Всего час.	Трудоемкость, часы			Кол-во ауд. дней*
			Лекц. зан.	Практ. зан.	Дист. обучение	
<b>Самодиагностика</b>		4	–	4	–	1
НПР 1	Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики	6	–	–	6	–
ПМР 1	Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах	24	–	16	8	3
<b>Итоговая аттестация</b>		2	–	2	–	
<b>ИТОГО:</b>		<b>36</b>	–	<b>22</b>	<b>14</b>	<b>4</b>

\* Указывается количество аудиторных дней, отводимых на освоение структурного компонента программы, из расчета, что в один день слушателем не может быть освоено более 8 академических часов.

## РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ

образовательных модулей дополнительной профессиональной программы повышения квалификации «*Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах*»

### НОРМАТИВНО-ПРАВОВОЙ РАЗДЕЛ

#### Рабочая программа образовательного модуля

*«Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики»*

**Результат освоения образовательного модуля** *«Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики»*: слушатели будут знать ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики.

#### Учебно-тематический план образовательного модуля

*«Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики»*

№ п/п	Тема	Формы организации, часы			Всего час.
		Ауд. зан.		Сам. раб.	
		Лекц.зан.	Практ.зан.	Дист. обучение	
1.	Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики	–	–	5	5
<b>Промежуточная аттестация</b>		–	–	1	1
<b>ВСЕГО:</b>		–	–	<b>6</b>	<b>6</b>

#### Содержание образовательного модуля

*«Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики»*

Содержание самостоятельной работы в режиме дистанционного обучения образовательного модуля «Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики»

№ п/п	Тема	Содержание самостоятельной работы в режиме дистанционного обучения	Кол-во часов
1.	Ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики	<p><i>1. Содержание дистанционного обучения:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– перспективы развития математического образования;</li> <li>– ресурсы региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики (ресурсы Центра развития одаренных детей, центра развития современных компетенций детей БФУ им. И. Канта, информационного центра по атомной энергии г. Калининграда, ОКБ «Факел», промышленного парка «Храброво», АО «ПСЗ «Янтарь» и др.);</li> <li>– электронное обучение и дистанционные образовательные технологии в работе учителя математики как ресурс реализации требований ФГОС к предметным образовательным результатам при подготовке высокомотивированных обучающихся.</li> </ul> <p><i>2. Формы организации дистанционной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– изучение текстового материала;</li> <li>– ознакомление с презентациями и видеоматериалом, размещенными в разделе курса</li> </ul>	5
<b>Промежуточная аттестация</b>		Описание промежуточной аттестации представлено ниже	1
<b>ВСЕГО:</b>			<b>6</b>

### Промежуточная аттестация

#### Описание промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по результатам освоения образовательного модуля представляет собой практическую работу в форме тестирования, состоящего из 10 вопросов, контролирующих знание и понимание слушателями региональной политики в сфере образования по работе с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики. В тесте представлены вопросы двух видов: открытые (с кратким и развернутым ответом) и с выбором ответов (единичным или множественным). На проведение промежуточной аттестации отводится 1 (один) час в рамках 6 часов самостоятельной работы в режиме дистанционного обучения. Количество попыток при выполнении заданий теста — 2 (две).

## Критерии оценки промежуточной аттестации

По итогам промежуточной аттестации слушатель получает отметку «зачтено» или «не зачтено». Отметка «зачтено» предполагает, что слушатель дал правильные ответы на 6 вопросов из 10, что соответствует 60 % из 100 %.

### Примерные вопросы для промежуточной аттестации

#### *Задания с единичным выбором.*

1. Выберите из предложенных вариантов электронный ресурс, который можно использовать для подготовки высокомотивированных обучающихся в части решения задач по профильной математике:

- а) ФГБНУ «ФИПИ» <https://fipi.ru/>;
- б) Электронный банк заданий для оценки функциональной грамотности <https://fg.reshe.edu.ru/>;
- в) Банк заданий ФГБНУ «ИСРО РАО» <http://skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/>.

#### *Задания со множественным выбором.*

1. Укажите, какие из нижеперечисленных утверждений можно отнести к используемым в регионе ресурсам региональной системы образования в сфере работы с мотивированными обучающимися в рамках изучения математики:

- а) развитие предметной одаренности обучающихся в условиях дополнительного образования;
- б) стимулирование родителей к поддержке одаренных и перспективных детей в семье;
- в) выстраивание личностной траектории развития школьника;
- г) использование метода проектно-исследовательской деятельности;
- д) обучение на дому, в санаторно-курортных организациях;
- е) обучение по образовательным программам среднего общего образования в специальных учебно-воспитательных учреждениях закрытого типа.

#### *Задания с открытым ответом.*

1. Вставьте пропущенное слово:  
Проблема детской одаренности в нашей стране имеет \_\_\_\_\_ значение.
2. Укажите наиболее продуктивные, по Вашему мнению, методы диагностики (выявления) одаренных обучающихся, доступные учителю математики:  
\_\_\_\_\_.

## Список литературы

### Нормативно-правовые документы

1. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» (утверждена постановлением Правительства Российской Федерации от 26.12.2017 года № 1642) [Электронный ресурс] // Министерство просвещения Российской Федерации. — URL: <https://docs.edu.gov.ru/document/3a928e13b4d292f8f71513a2c02086a3/download/1337/> (дата обращения: 10.10.2022).
2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 года № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта

основного общего образования» [Электронный ресурс] // Официальный интернет-портал правовой информации. — URL: <http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027> (дата обращения: 22.11.2022).

3. Приказ Минтруда России от 18.10.2013 года № 544н (ред. от 05.08.2016 года) «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» [Электронный ресурс] // КонсультантПлюс. — URL: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_155553/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_155553/) (дата обращения: 03.07.2022).

4. Федеральный закон от 29.12.2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» [Электронный ресурс] // КонсультантПлюс. — URL: [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/) (дата обращения 22.11.2022).

### **Электронная поддержка образовательного процесса**

1. Министерство образования Калининградской области [Сайт]. — URL: <https://edu.gov39.ru/> (дата обращения: 10.10.2022).

2. ФГБНУ «ФИПИ» [Сайт]. — <https://fipi.ru/> (дата обращения: 10.10.2022).

3. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки [Сайт]. — <https://obrnadzor.gov.ru/> (дата обращения: 10.10.2022).

## ПРЕДМЕТНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### Рабочая программа образовательного модуля

*«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»*

**Результат освоения образовательного модуля «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»:** слушатели будут знать основные методики, алгоритмы, методы и приемы решения задач по математике повышенного уровня сложности; альтернативные методы решения задач повышенного уровня сложности; слушатели будут уметь применять различные методы (основные и альтернативные) решения задач по математике повышенного уровня сложности.

### Учебно-тематический план образовательного модуля

*«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»*

№ п/п	Тема	Формы организации, часы			Всего час.
		Ауд. зан.		Сам. раб.	
		Лекц. зан.	Практ. зан.	Дист. обучение	
1.	Теория вероятностей и начала статистики. Решение задач повышенной сложности	-	3	2	5
2.	Планиметрия. Решение задач повышенной сложности	-	3	2	5
3.	Стереометрия. Решение задач повышенной сложности	-	3	2	5
4.	Задачи с параметрами. Решение задач повышенной сложности	-	3	2	5
<b>Промежуточная аттестация</b>		-	4	-	4
<b>ВСЕГО:</b>		-	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>24</b>

### Содержание образовательного модуля

*«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»*

### Содержание практических занятий образовательного модуля

*«Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»*

№ п/п	Тема	Содержание практических занятий образовательного модуля	Кол-во часов
1.	Теория вероятностей и начала статистики. Решение задач повышенной сложности	<p><i>1. Содержание практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– теоремы сложения и умножения вероятностей;</li> <li>– биномиальное распределение, формула Бернулли;</li> </ul>	3

№ п/п	Тема	Содержание практических занятий образовательного модуля	Кол-во часов
		<ul style="list-style-type: none"> <li>– условная вероятность, теорема полной вероятности, формула Байеса;</li> <li>– математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.</li> </ul> <p>2. <i>Формы организации практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– тренинг по разбору типичных ошибок в ЕГЭ по профильной математике по разделу математики «Теория вероятностей и начала статистики»;</li> <li>– практикум по решению задач</li> </ul>	
2.	Планиметрия. Решение задач повышенной сложности	<p>1. <i>Содержание практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– треугольник, элементы треугольника, замечательные точки треугольника;</li> <li>– трапеция, теорема Фалеса;</li> <li>– окружности, касательные к окружностям, вписанные, описанные многоугольники;</li> <li>– площади, теорема синусов, теорема косинусов;</li> <li>– «олимпиадная планиметрия» в ЕГЭ.</li> </ul> <p>2. <i>Формы организации практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– тренинг по разбору типичных ошибок в ЕГЭ по профильной математике по разделу математики «Планиметрия»;</li> <li>– практикум по решению задач</li> </ul>	3
3.	Стереометрия. Решение задач повышенной сложности	<p>1. <i>Содержание практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– метод вспомогательных элементов в стереометрии;</li> <li>– применение ключевых теорем геометрии в решении стереометрических задач (теорема Менелая в стереометрических задачах, метод объемов и пр.).</li> </ul> <p>2. <i>Формы организации практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– тренинг по разбору типичных ошибок в ЕГЭ по профильной математике по разделу математики «Стереометрия»;</li> <li>– практикум по решению задач</li> </ul>	3
4.	Задачи с параметрами. Решение задач повышенной сложности	<p>1. <i>Содержание практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– графические методы решения задач с параметром, плоскость <math>(x, y)</math>;</li> <li>– графические методы решения задач с параметром, плоскость <math>(x, a)</math>;</li> <li>– задачи с параметром, сводящиеся к</li> </ul>	3

№ п/п	Тема	Содержание практических занятий образовательного модуля	Кол-во часов
		<p>исследованию квадратичного трехчлена;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– аналитические методы решения задач с параметром;</li> <li>– использование свойств функции для решения задач с параметром.</li> </ul> <p>2. <i>Формы организации практической работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– тренинг по разбору типичных ошибок в ЕГЭ по профильной математике в части решения задач с параметрами;</li> <li>– практикум по решению задач</li> </ul>	
<b>Промежуточная аттестация</b>		Описание промежуточной аттестации представлено ниже	4
<b>ВСЕГО:</b>			<b>16</b>

Содержание самостоятельной работы образовательного модуля в режиме дистанционного обучения «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах»

№ п/п	Тема	Содержание самостоятельной работы в режиме дистанционного обучения	Кол-во часов
1.	Теория вероятностей и начала статистики. Решение задач повышенной сложности	<p>1. <i>Содержание самостоятельной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– обоснование важности изучения теории вероятностей и начал статистики в школьном курсе согласно ФГОС;</li> <li>– аспекты обучения основам теории вероятностей и математической статистики в рамках профильной школы;</li> </ul> <p>2. <i>Формы организации самостоятельной работы:</i> изучение и анализ текстовых материалов, презентаций, выполнение заданий для самопроверки изученного материала</p>	2
2.	Планиметрия. Решение задач повышенной сложности	<p>1. <i>Содержание самостоятельной работы:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– теоретические основы методов решения планиметрических задач;</li> <li>– примеры решения серии задач, связанных между собой по содержанию и методам решения;</li> <li>– последовательное наращивание уровня сложности задач, система вложенных структурных ориентиров в комплекте задач по теме.</li> </ul> <p>2. <i>Формы организации самостоятельной работы:</i> изучение и анализ текстовых материалов, презентаций, выполнение заданий для самопроверки изученного материала</p>	2



№ п/п	Тема	Содержание самостоятельной работы в режиме дистанционного обучения	Кол-во часов
3.	Стереометрия. Решение задач повышенной сложности	1. <i>Содержание самостоятельной работы:</i> теоретические основы методов решения стереометрических задач. 2. <i>Формы организации самостоятельной работы:</i> изучение и анализ текстовых материалов, презентаций, выполнение заданий для самопроверки изученного материала	2
4.	Задачи с параметрами. Решение задач повышенной сложности	1. <i>Содержание самостоятельной работы:</i> теоретические основы методов решения задач с параметрами. 2. <i>Формы организации самостоятельной работы:</i> изучение и анализ текстовых материалов, презентаций, выполнение заданий для самопроверки изученного материала	2
<b>ВСЕГО:</b>			<b>8</b>

### Промежуточная аттестация

#### Описание промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация представляет собой практическую работу в виде решения задач. Каждую задачу необходимо решить двумя способами. Выбор способа решения задачи предоставляется слушателю. Всего предлагаются к решению 8 задач (по 2 задачи на каждую тему образовательного модуля). На прохождение промежуточной аттестации отводится 4 (четыре) академических часа. Количество попыток — 1 (одна).

#### Критерии оценки результатов промежуточной аттестации

За каждую верно решенную задачу ставится 1 балл. Если в задаче присутствуют арифметические ошибки, но логика решения при этом не нарушена, то — 0,5 баллов. Максимальное количество баллов, которое может получить слушатель, если все задачи решены правильно составляет, — 16 баллов (или 100 %).

Результаты выполнения работы промежуточной аттестации оцениваются по системе «зачтено» / «не зачтено». Слушатель получает «зачтено», если его работа выполнена верно на 65 % и более (слушатель получил 10 и более баллов). «Не зачтено» выставляется в случае, если слушатель получил менее 10 баллов (менее 65 %).

## Примеры задач

1. Длина основания равнобедренного треугольника равна 12, а боковой стороны — 18. К боковым сторонам треугольника проведены высоты. Найдите длину отрезка с концами в основаниях высот.
2. Все грани параллелепипеда ромбы со стороной  $b$  и острым углом  $\alpha$ . Найдите объем параллелепипеда.
3. В коробке 10 синих, 9 красных и 6 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают 2 фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?
4. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 3. Какова вероятность того, что для этого потребовалось ровно два броска? Ответ округлите до сотых.
5. Дан куб  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  с ребром 1, найдите расстояние между скрещивающимися прямыми  $A_1M_1$  и  $KD_1$ , где  $M_1$  середина ребра  $B_1C_1$ , а  $DK:KA=1:3$ .
6. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  — середины гипотенузы  $AB$  и катета  $BC$  соответственно. Биссектриса угла  $BAC$  пересекает прямую  $MN$  в точке  $L$ .
  - а) Докажите, что треугольники  $AML$  и  $BLC$  подобны.
  - б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если  $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$ .
7. Найти все значения  $x$ , при каждом из которых неравенство  $(2-a) \cdot x^3 + (1-2a) \cdot x^2 - 6x + (5+4a-a^2) < 0$  выполняется хотя бы при одном значении,  $a$ , принадлежащем отрезку  $[-1; 2]$ .
8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение 
$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$
 имеет ровно 2 различных решения?

## Список основной литературы

1. Высоцкий, И. Р. ЕГЭ 2022. Математика. Теория вероятностей. Задача 4 (профильный уровень). Задача 10 (базовый уровень). Рабочая тетрадь / И. Р. Высоцкий, И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2021. — 64 с.
2. Гордин, Р. К. ЕГЭ 2021. Математика. Геометрия. Планиметрия: задача 16 (профильный уровень) / Р. К. Гордин, И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2021. — 272 с.
3. Гордин, Р. К. ЕГЭ 2021. Математика. Геометрия. Стереометрия: задача 14 (профильный уровень) / Р. К. Гордин, И. В. Яценко. — М.: МЦНМО, 2021. — 144 с.
4. Шестаков, С. А. ЕГЭ 2020. Математика. Задачи с параметром. Задача 18 (профильный уровень) / С. А. Шестаков. — М.: МЦНМО, 2020. — 288 с.

## Список дополнительной литературы

1. Математика. Решение задач по стереометрии методом координат / С. Ю. Кулабухов [и др.]. — РнД: Легион, 2018. — 64 с.
2. Садовничий, Ю. В. ЕГЭ 2022. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Задачи с параметром / Ю. В. Садовничий. — М.: Издательство «Экзамен», 2022. — 128 с.
3. Тенденции развития математического образования: Материалы научно-практической конференции (город Белгород, 23 апреля 2020 год) [Электронный ресурс] / отв. ред. И. В. Трапезникова, О. В. Вертелецкая. — Белгород: ОГАОУ ДПО «БелИРО», 2020. — 168 с. — URL: <https://beliro.ru/assets/resourcefile/168/sbornik-tendenczii-razvitiya-matemat.-obrazovaniya-23.06.2020.pdf> (дата обращения: 10.11.2022).

## Электронная поддержка образовательного процесса

1. Информационно-поисковая система «Задачи по геометрии» [Сайт]. — URL: <https://zadachi.mscme.ru/2012/index.html#&page1> (дата обращения: 21.11.2022).
2. Математика профильного уровня [Электронный ресурс] // Образовательный портал для подготовки к экзаменам «Решу ЕГЭ». — URL: <https://math-ege.sdangia.ru/?redir=1> (дата обращения: 21.11.2022).
3. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика [Электронный ресурс] // ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» занимается исследованиями в области оценки качества образования. — URL: <https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege#!/tab/173765699-2> (дата обращения: 21.11.2022).

# САМОДИАГНОСТИКА

## Описание самодиагностики

Самодиагностика проводится до освоения образовательных модулей нормативно-правового и предметно-методического разделов программы с целью оценки первоначального уровня компетенций слушателей в области решения задач повышенной сложности по математике.

На прохождение теста самодиагностики отводится 4 (четыре) академических часа. Количество попыток — 1 (одна).

### Критерии оценивания результатов самодиагностики

За каждую правильно решенную задачу (любым способом решения) слушатель получает 1 балл. Максимальное количество баллов, которое может получить слушатель, решив 12 задач, — 12 баллов (или 100 %).

В случае, если слушатель набрал менее 6 баллов (менее 50 %), то уровень его компетенций в области решения задач повышенной сложности по математике считается недостаточным. Если слушатель набрал 6-8 баллов (от 50 до 67 %), то уровень его компетенций считается удовлетворительным. В случае, если слушатель набрал 8-10 баллов (от 67 до 83 %), то уровень его компетенций считается достаточным. При наборе слушателем 11-12 баллов (от 83 до 100 %) уровень его компетенций считается высоким.

### Примеры задач

1. В основании правильной четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат со стороной. Ребро  $SA$  перпендикулярно плоскости основания и равно 3. Через вершину  $A$  параллельно  $BD$  проведено сечение, которое делит ребро  $SC$  в отношении 2:3, считая от вершины. Найдите в каком отношении плоскость сечения делит отрезок  $SO$ , где  $O$  центр основания.

2. Стороны треугольника равны 10, 10, 12. Пусть вневписанная окружность касается большей стороны. Найдите отношение радиусов вписанной и вневписанной окружностей.

3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен 60 градусам.  $BB_1$  и  $CC_1$  — высоты треугольника, точка  $M$  — середина стороны  $BC$ . Найдите площадь треугольника  $MB_1C_1$ , если  $BC=2$ .

4. В небольшой парикмахерской работают два мастера — Елена и Мария. Каждая из них в случайный момент может быть занята обслуживанием клиента с вероятностью 0,6. При этом они могут быть заняты одновременно с вероятностью 0,4. Найти вероятность того, что в случайный момент времени:

- занята только Елена, а Мария свободна;
- занята только одна из них, а другая свободна;
- обе свободны.

## ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Итоговая аттестация является обязательной для слушателей, завершающих обучение по дополнительной профессиональной программе повышения квалификации «Решение задач повышенного уровня сложности в рамках преподавания математики в профильных классах» и проводится с целью оценки качества подготовки обучающихся по программе.

Итоговая аттестация проводится в форме практической работы — решение задач по математике повышенной сложности. Каждую задачу необходимо решить указанным в условии задания способом. Всего предлагаются к решению 8 задач (по 2 задачи на каждый раздел образовательного модуля предметно-методического раздела). На прохождение промежуточной аттестации отводится 2 (два) академических часа. Количество попыток — 1 (одна).

### Критерии оценки результатов итоговой аттестации

За каждую верно решенную задачу ставится 1 балл. Если в задаче присутствуют арифметические ошибки, но логика решения при этом не нарушена, то — 0,5 баллов. Максимальное количество баллов, которое может получить слушатель, если все задачи решены правильно, составляет 8 баллов (или 100 %).

Результаты выполнения работы итоговой аттестации оцениваются по системе «зачтено» / «не зачтено». Слушатель получает «зачтено», если его работа выполнена верно на 75 % и более (слушатель получил 6 и более баллов). «Не зачтено» выставляется в случае, если слушатель получил менее 6 баллов (менее 75 %).

После решения задач слушатели получают эталон проверки и осуществляют взаимопроверку. Им будет предложено установить процент соответствия предложенных им решений ключу-эталону. Ключ отражает правильное решение задачи и ответ. Предусмотрено обсуждение слушателями результатов проверки и взаимопроверки с преподавателем.

### Примеры задач

Решите задачу по планиметрии используя метод ключевых задач.

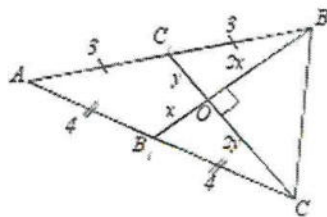
Ключевые задачи:

1. Медианы в треугольнике пересекаются в одной точке и делятся в ней в отношении 2:1, считая от вершины.
2. Медиана делит треугольник на два равновеликих.
3. Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.
4. Пусть  $O$  — точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ .

Условие задачи:

Задача 1. Две стороны треугольника соответственно равны 6 и 8. Медианы, проведенные к этим сторонам, перпендикулярны. Найдите площадь треугольника.

Ключ — эталон:



Решение. Пусть  $AB = 6$ ,  $AC = 8$ . Тогда медианы  $CC_1$  и  $BB_1$  перпендикулярны и пересекаются в точке  $O$ .

$S_{ABC} = 3S_{BOC}$ ,  $S_{BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC$ , так как треугольник  $BOC$  прямоугольный.

По ключевой задаче: если  $OB_1 = x$ , то

$$OB = 2x; \text{ если } OC_1 = y, \text{ то } OC = 2y.$$

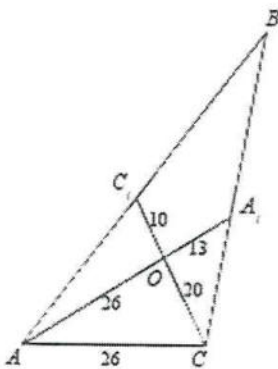
Треугольники  $BOC_1$  и  $COB_1$  прямоугольные и по теореме Пифагора имеем

$$\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 16; \\ 4x^2 + y^2 = 9, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{\sqrt{3}}; \\ y = \sqrt{\frac{11}{3}}. \end{cases}$$

$$S_{BOC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{11}}{3}$$

Тогда  $S_{ABC} = 3 \cdot \frac{4\sqrt{11}}{3} = 4\sqrt{11}$

Ответ:  $4\sqrt{11}$ .



Задача 2. Длина одной из сторон треугольника равна 26, а длины медиан, проведенных к двум другим сторонам, равны 30 и 39. Найдите площадь треугольника. Решите задачу используя метод ключевых задач, используя формулу Герона.

Ключ-эталон

По ключевой задаче  $S_{ABC} = 3S_{AOC}$ ,  $AO = 13$ ,  $OC = 20$ . Найдем площадь треугольника  $AOC$  по формуле Герона:

$$S_{AOC} = \sqrt{36 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 16} = 240$$

$$S_{ABC} = 3 \cdot 240 = 720$$

Ответ: 720